

Uso de **gnuplot** em sessões iterativas

Praciano-Pereira, T.

Departamento de Matemática

Universidade Estadual Vale do Acaraú

2 de maio de 2008

tarcisio@member.ams.org

pré-prints do Curso de Matemática de Sobral

no. 2008.2

Editor Tarcisio Praciano-Pereira

tarcisio@member.ams.org

Resumo

Neste artigo estou mostrando como é possível usar **gnuplot**, um pacote para fazer gráficos, como um ambiente de programação acessível. Ao mesmo tempo os exemplos aqui desenvolvidos mostram que **gnuplot** pode ser usado como uma ferramenta didática na apresentação de tópicos de Cálculo Diferencial e Integral. Os interessados podem obter uma cópia deste trabalho que lhes permitirá, abrindo uma sessão de **gnuplot** ao acompanhar a leitura deste artigo, e executar os exemplos que artigo contém. Na bibliografia, ao final, se encontra de onde baixar **gnuplot** que é um programa distribuído livremente.

gnuplot é muito frágil como ambiente de programação, entretanto representa uma opção interessante porque é um ambiente disponível com grande universalidade, para várias plataformas, gratuito. É muito conhecido por sua capacidade para fazer gráficos, uma das curiosidades aqui é a sua possibilidade como ambiente de programação.

O conteúdo deste artigo pode ser facilmente modificado para ser usado com os vários capítulos do Cálculo Diferencial e Integral.

palavras chave: programação com **gnuplot**, funções recursivas, função de Fibonacci, polinômios de Taylor, somas de Riemann

1 Introdução: que é gnuplot

`gnuplot`, [2], é um pacote para fazer gráficos que foi desenvolvido inicialmente por um estudante de engenharia, em 1978, que deve a idéia, na época pouco usual, de deixar o seu programa em domínio público, tendo como resultado que diversos matemáticos-programadores se interessaram pelo programa transformando-o no pacote renomado que ele é hoje.

Eu suponho, neste trabalho, que o leitor conhece e tem alguma habilidade com `gnuplot`, seria impossível explicar o programa no âmbito deste trabalho, mas o artigo [3] faz isto de forma muito satisfatória indo muito além do que preciso aqui.

`gnuplot`¹ é mais conhecido como um programa que pode ser iterativamente chamado por um outro programa para fazer gráficos no que ele é excelente, mas também como uma ferramenta de uso direto para fazer gráficos a partir de alguns comandos digitados num terminal.

Vou também mostrar, aqui, uma terceira possibilidade, que eu saiba, inteiramente desconhecida do pacote, *um ambiente de programação*.

Como *ambiente de programação gnuplot* é, ainda², muito frágil, entretanto já permite fazer um uso significativo em aulas de Cálculo Numérico, Cálculo Diferencial e Integral ou Geometria Análítica, para citar algumas das áreas com que tenho habilidade com o pacote. Se acoplado com uma linguagem de programação o seu uso pode ser impressionante, por exemplo, experimente o programa [4, calculadora], um executável para Linux, feito em `C++`, que mostra graficamente algumas propriedades operatórias dos números complexos. Tudo que fiz no programa [4, calculadora], foi construir a álgebra dos números complexos. A arte gráfica é do `gnuplot`, mas qualquer defeito nesta *arte gráfica* deve ser creditada ao autor deste artigo.

O plano do trabalho

- Na segunda seção mostro um uso imediato de `gnuplot` para exibir polinômios de Taylor com sua automatização usando um programa em `Python`.
- Na terceira seção apresento dois programas simples com `gnuplot`, e mostro como travar o programa, para exemplificar um problema e ao mesmo tempo desmistificar a computação, deixando que você veja os limites a aprenda a se confinar dentro do possível.

O objetivo é necessariamente despretencioso para que caiba no tamanho de um trabalho como este, mas o suficientemente ambicioso ao querer suscitar a curiosidade para a construção de ferramentas pedagógicas, é este o objetivo deste trabalho.

¹Na lista de discussões, no site do programa, se defende o nome do programa com letra minúscula.

²Pode ser que os seus desenvolvedores alterem isto.

2 gnuplot e polinômios de Taylor

Vou mostrar nesta seção como usar `gnuplot` para ilustrar a fórmula de Taylor. As etapas são as que uso em aula para conduzir os alunos a compreenderem a fórmula de Taylor, tanto sua importância como suas fraquezas.

```
set title 'Gráfico de (x+3)*(5-x)*sin(x/2.) e seus polinomios de Taylor '
print 'Gráfico de (x+3)*(5-x)*sin(x/2.) e seus polinômios de Taylor '
print 'f(x)=(x+3)*(5-x)*sin(x/2.) '
print 'Aperte enter para continuar!'
pause -2
system 'clear'
f(x)=(x+3)*(5-x)*sin(x/2.)
diff(x) =(5-x)*sin(x/2.) - (x+3)*sin(x/2.) + 0.5*(x+3)*(5-x)*cos(x/2.)
diff2(x) = -sin(x/2.) + 0.5*(5-x)*cos(x/2.) - sin(x/2.)\
- 0.5*(x+3)*cos(x/2.)+ 0.5*(5-x)*cos(x/2.) -0.5*(x+3)*cos(x/2.)-\
+0.5*0.5*(x+3)*(5-x)*sin(x/2.)
a=-3
print 'a = -3'
pol(x) = f(a) + diff(a)*(x-a) + 0.5*diff2(a)*(x-a)*(x-a)
print 'Aperte enter para continuar!'
pause -2
system 'clear'
a = 5
print 'a = 5'
pol(x) = f(a) + diff(a)*(x-a) + 0.5*diff2(a)*(x-a)*(x-a)
print 'Aperte enter para continuar!'
pause -2
system 'clear'
```

O resultado deste script, que pode ser encontrado em [8, `gnuplot.taylor`], é o gráfico de um polinômio do segundo grau tangente em dois pontos diferentes do gráfico da função $y = f(x)$ definida no programa. Este `script` foi gerado pelo programa [8, `python.py`]. O programa permite a sua escolha de um intervalo e um passo criando um pequeno filme que ilustra a fórmula de Taylor. O uso do programa tem as seguintes consequências positivas em aula:

- Exemplifica um tópico difícil Mostra o uso da derivada associada à fórmula de Taylor.
- Aumenta a auto-estima Dá ao aluno, e ao professor, um poder imediato sobre o significado e o uso da derivada.
- Compreensão da derivada Exemplifica geometricamente o significado das derivadas sucessivas, aqui apenas até a segunda derivada, entretanto os programas citados são de domínio público e podem ser modificados para usar índice maior de derivação. Até o grau três, a derivada representa os

importantes conceitos geométricos: conincidência, tangência e curvatura, num ponto, não esquecendo que consideramos que a derivada de ordem zero é a própria função.

- experimentação em Matemática Pode ser usada numa prova de múltipla-escolha, com consulta, que irá induzir o aluno a calcular derivadas para experimentar qual produz o resultado desejado.

Como `Python` é uma linguagem de domínio público, [9], assim como `gnuplot`, vemos aqui que os diversos aspectos positivos citados acima são eminentemente possíveis de serem alcançados a custo próximo de zero além do computador, para qualquer Escola.

Com alguma habilidade o leitor pode traduzir o programa, [8, `taylor.py`], num programa em `Pascal`, mas, insisto, `Python` é gratuito, aprenda a programar nesta deliciosa linguagem de programação.

Um sub-produto do programa [8, `gnuplot.py`] é mostrar como escrever alguns comandos simples para `gnuplot`.

3 Programas em `gnuplot`

`gnuplot` não é ainda reconhecido como um ambiente de programação, e a afirmação de *que é pode*, deixar muitos leitores surpresos.

Como `gnuplot` permite definir funções, uma *função recursiva* é um pequeno programa e uma sucessão de funções recursivas podem virar um pacote. É preciso usar isto com cautela porque, como já disse, `gnuplot` não é *ainda reconhecido* como um ambiente de programação o que implica que a memória que o programa solicita ao sistema operacional é muito pequena para grandes operações que um *programa grande* pode requerer, mas o máximo que pode acontecer é o o sistema operacional parar `gnuplot` por exaustão da memória solicitada. Em `Linux` isto se reconhece com a mensagem `segmentation fault` no terminal, vou dar um exemplo ao final desta seção. Ocorrendo isto, torne o seu *programa* menos ambicioso e volte a rodá-lo.

Um exemplo simples é o programa seguinte que calcula uma soma de Riemann, e ajuda nas aulas de Cálculo a desmitificar a *integral* mostrando ao aluno que qualquer integral está ao seu alcance, desde que ele tenha certeza de que a função integrável, o que justifica um *teorema de existência*. Atingimos assim os objetivos:

- Desmistificação e compreensão da integral, o aspecto geométrico.
- Revitalização do conceito de teorema de existência.

As funções recursivas são bem conhecidas em teoria dos números e das aulas de *Álgebra*: se $(a_k)_{k \in \mathbf{N}}$ for uma sucessão recursiva, então existe uma expressão “algébrica” S tal que

$$a_k = S(a_{k-1}, \dots, a_1) \tag{1}$$

Talvez o exemplo mais conhecido seja a *Fibonacci*

$$\begin{cases} a_0 = 1; \\ a_1 = 1; \\ a_k = a_{k-1} + a_{k-2}; k \geq 2 \end{cases} \quad (2)$$

Vou reescrever a definição matemática como uma expressão usando operadores lógicos que irá facilitar a compreensão do programa em `gnuplot`.

$$\begin{cases} \text{Se } k = 0 \text{ então } a_k = 1; \\ \text{Senão, se } k = 1 \text{ então } a_k = 1; \\ \text{Senão, se } k \geq 2 \text{ então } a_k = a_{k-1} + a_{k-2}; \end{cases} \quad (3)$$

Em `gnuplot` fica:

```
fib(n) = (n==0)?1:(n==1)?1:fib(n-1)+fib(n-2)
```

em que estou usando a forma compacta do `if/else` em que

```
condição?comando1:comando2
```

equivale a

```
Se condição então comando1; senão comando2
```

Para executar, digite no terminal de `gnuplot`, depois que tiver definido `fib()`,

```
print fib(n)
```

em que `n` é o valor desejado para obter da *Fibonacci*.

O cálculo de `fib(10)` é imediato, mas `fib(300)` levou mais de meia hora.

O próximo exemplo é uma função que calcula uma soma de Riemann, [1], de uma função que tenha sido definida anteriormente e que nós tenhamos mostrado que é integrável (teorema de existência). Vou começar por escrever a expressão matemática-lógica para que o programa fique mais claro.

Quero calcular a integral de f , que deve estar definida no script do `gnuplot`, no intervalo $[a, b]$ com passo Δx . O programa vai acumular na variável `soma` as alturas sucessivas de f em cada ponto da malha uniforme³, e ao terminar, quando a condição `a > b` se tornar verdadeira, o valor acumulado em `soma` será multiplicado pela medida comum dos intervalos, Δx (propriedade distributiva da multiplicação relativamente à soma), um programa mostra importância da teoria e do formalismo, em Matemática.

Enquanto a condição `a > b` for falsa, a função `Riemann()` volta a ser chamada valores atualizados de `a`, `soma`

$$\begin{cases} \text{Se } a > b \text{ então } soma * delta; \\ \text{Senão, } Riemann(a + delta, b, soma + f(x), delta) \end{cases} \quad (4)$$

Primeiro defina $f(x)$, que seja integrável, depois defina este programa em `gnuplot`

³E aqui outra discussão importante se abre para as aulas de Cálculo: é válido usar partições uniformes?

```
Riemann(a,b,soma,delta)=\  
(a>b)?soma*delta:Riemann(a+delta, b,soma+f(x),delta)
```

escolha, depois valores para a, b, delta e execute digitando

```
print Riemann(a,b,0,delta)
```

para calcular aproximadamente o valor de $\int_0^1 f(x)dx$.

Um exemplo que vai funcionar imediatamente:

```
f(x) = x**2;  
Riemann(a,b,soma,delta)=\  
(a>b)?soma*delta:Riemann(a+delta, b,soma+f(a),delta)  
a = 0; b = 1, delta = 0.01  
print Riemann(a,b,0,delta)  
0.32835  
gnuplot> print Riemann(0,1,0,0.0001)  
0.333383334999943  
print Riemann(0,1,0,0.00001)  
Segmentation fault
```

O terceiro exemplo de cálculo da integral aproximada, usando soma de Riemann, mostra o limites do programa. O nível lógico de recursividade superou a capacidade de memória que o programa havia recebido do sistema forçando que o sistema parasse o programa, não é aconselhável fazer isto rondando no windows, mas se alguém fizer e me informar dos resultados eu ficaria agradecido.

Referências

[1] Djairo Guedes de Figueiredo

Análise

Projeto Euclides - SBM

[2] Thomas Williams, Colin Kelley et allii

gnuplot um programa para fazer gráficos e alguns cálculos

<http://www.gnuplot.info>

[3] *Uma introdução ao gnuplot*

Maurício Galo - pre-print - UNESP 2007

http://www.4shared.com/file/27829205/4e0d05e0/gnuplot_introducao.html

[4] Praciano-Pereira, T.

Uma calculadora gráfica para álgebra de números complexos

<http://www.varcom.sobralmatematica.org/programas/calculadora>

- [5] Praciano-Pereira, T *Programas para Cálculo Numérico* - 2007
<http://www.4shared.com/dir/2041165/e14cc331/programas.html>
- [6] Praciano-Pereira, T.
A biblioteca ambiente.h
<http://www.4shared.com/file/12302715/4a6cfaac/ambiente.html>
- [7] *Wikipedia, a enciclopédia livre na Internet*
<http://www.wikipedia.org>
- [8] Praciano-Pereira, T.
Programas tutoriais para o ensino de Matemática
<http://www.4shared.com/dir/6838519/778684e5/programas.html>
- [9] A linguagem de programação Python
<http://www.python.org>