

Algoritmo para determinação de extremos

RIOS, J, V, V.

Sobral Matemática

vianeymatematico@gmail.com

pré-prints da Sobral Matemática

no. 2011.04

18 de agosto de 2011

Resumo

Uma malha selecionada sobre uma região, gera um levantamento de dados amostrais de um determinado fenômeno, que denominarei de modelo E . A partir destes dados, serão obtidas curvas de nível que revelarão o relevo dinâmico do fenômeno estudado, possibilitando realizar previsões a cerca do mesmo. Neste artigo, estou construindo um difeomorfismo entre *curvas de nível do tipo círculos concêntricos* encontradas e uma família de círculos concêntricos.

Aplicação: construção de um algoritmo para determinar extremos.

palavras chave: difeomorfismo, curvas de nível, extremos

1 Introdução

Neste trabalho vamos apresentar os pré-requisitos necessários para a construção de um novo algoritmo para determinação de extremos de uma região quando tomados dados estatísticos de um determinado fenômeno, possibilitando assim a modelagem do referido fenômeno, onde irei nomeá-lo de modelo E .

Se uma curva de nível for fechada, então no seu interior se encontra necessariamente um máximo ou um mínimo. Apenas não podemos saber, inicialmente, qual é e nem se é único. Porém, como nos interessa encontrar extremos, que por exemplo caracterizam focos de uma epidemia, então a existência de uma curva de nível fechada já nos indica a existência de um ponto interessante.

Sendo este modelo representado por dados estatísticos - ele vai resultar nas verdadeiras curvas de nível, embora estas sejam obtidas aproximadamente (aproximações polinomiais). Como é uma modelagem feita a partir de dados amostrais, retratando a realidade recuperada por medições, não há expressões algébricas que nos apoiem numa aplicação direta dos métodos. Por este motivo, vamos construir uma metodologia geométrico-topológica que irá atuar sobre o modelo E (modificar o modelo), uma sucessão de difeomorfismos deformando cada uma das curvas de nível para se chegar a um círculo. Para cada um destes difeos, teremos uma expressão formal correspondente, mas que serão obtidas em trabalhos posteriores.

2 Objetivos

O método do gradiente se baseia num simples fato geométrico: o gradiente em cada ponto do domínio de uma função multivariada, produz um vetor perpendicular à variedade de nível, conseqüentemente é um vetor que aponta na direção de maior variação do máximo ou mínimo da variedade.

É possível, com uma coleção muito fina de curvas de nível, construir um caminho aproximado, uma poligonal, que encontre aproximadamente um extremo se existir e no caso de não existir, mostrar a ausência de extremos na região.

Ao falar de *região topologicamente equivalente* a um retângulo a referência é feita a uma adaptação para uma região geográfica de fato existente (do mundo real) e trabalhar computacionalmente numa região mais simples. As técnicas para fazer esta decodificação é de uso relativamente fácil.

Um levantamento de dados discretos obtidos em uma região em momentos distintos e com

uma ligeira variação em torno dos pontos de colheita, nos permite o cálculo aproximado das derivadas parciais de primeira ordem nestes pontos e assim é possível a obtenção aproximada das variedades de nível (curvas de nível no caso de funções bivariadas) nesta região e com isto usar a técnica do gradiente para obter os extremos ou para analisar a existência ou não de extremos na região.

O Estado do Ceará tem uma rede de dados sobre diversas endemias que foram obtidas com uma base geográfica, portanto associados a uma região e há uma coleta bastante dinâmica que pode produzir as derivadas parciais que formam o gradiente. É um dos objetivos do trabalho a sua aplicação na análise destes dados para, posteriormente, repassá-los ao órgão que ofereceu os dados.

O trabalho está voltado para uma base de dados já existente com o objetivo de facilitar o seu desenvolvimento e testes uma vez que no Estado do Ceará vem havendo êxito relativamente grande no combate, por exemplo, à dengue, portanto aqui há um fenômeno já estudado para servir de teste ao algoritmo que será desenvolvido. A metodologia se presta para analisar a dinâmica de qualquer fenômeno para o qual se tenha uma série estatística adequada, portanto pode ser facilmente utilizado em bases de dados relativamente recentes para obter análises da evolução do fenômeno que elas descrevem.

3 Metodologia

Estudei, ver [2], a possibilidade matemática da dedução de extremos, pelo método do gradiente a partir de dados discretos. Ficaram, entretanto, algumas questões para serem resolvidas de modo que se possa afirmar que temos um algoritmo. Entre estas questões se podem citar:

1. Terminar a discussão teórica entre uma região retangular, que foi a base do trabalho [2], e uma região física (geográfica) associada a um fenômeno. Embora se trate de um assunto bem conhecido, é preciso dominar a técnica frente ao mundo real.
2. Construção computacional do algoritmo.
3. Uso de dados de endemias do Estado do Ceará, em particular da dengue, para os quais existem resultados empíricos apontando para o crescimento ou decrescimento do problema com o duplo objetivo:
 - (a) testar o modelo;

- (b) prestar um serviço ao Estado do Ceará oferecendo-lhe uma análise da evolução da dengue.
4. Corrigir o algoritmo usando a análise já existente dentro das bases de dados do Estado do Ceará.

O trabalho vai ser realizado através da produção de pequenos textos voltados para resolver as etapas do trabalho descritas acima que serão inicialmente publicados como pré-prints da Sobral Matemática, [5]. O conjunto destes pré-prints vão representar um processo de seminário eletrônico.

Mais tarde, em trabalhos posteriores, partiremos para a parte computacional.

4 Resultados e discussão

A opção por tratar de um assunto ligado à determinação de extremos de funções, é ligada diretamente ao estudo de fenômenos naturais, como o caso da dengue. Os órgãos públicos sempre recorrem à matemática para elaborar um modelo que mostre alguma regularidade do fenômeno em estudo, possibilitando realizar previsões a cerca do mesmo. Para tanto, é preciso de uma ferramenta de qualidade para se trabalhar os dados obtidos do levantamento feito, digamos, pela Secretaria de Saúde. A busca por resultados satisfatórios depende muito de uma ferramenta que cause o menor erro possível nas previsões, para que se tenha verdadeira noção da evolução do fenômeno.

O ponto crucial do trabalho, que será produzido em etapas, é a construção de um *algoritmo para determinar extremos ou sugerir a ausência deles quando as curvas obtidas forem abertas* de uma região a partir de dados colhidos para o estudo de um determinado fenômeno, quando feita uma modelagem das curvas de nível adquiridas com estes dados. Conseguimos uma delas, ver [3], que foi definir uma metodologia para a construção de uma sucessão de difeomorfismos, cada um deles deformando uma curva de nível para obter um círculo. Em trabalho posterior devemos obter as expressões formais de cada um dos difeomorfismos desta sequência.

5 Considerações finais

A matemática, por mais abstrata que seja em muitas de suas aplicações e métodos, sempre foi uma ferramenta de suma importância na resolução de diversos problemas do cotidiano. Tudo à nossa volta tem matemática em sua essência, como exemplo, desde a proliferação de

coelhos (Sequência de Fibonacci) à construção imobiliária, a matemática sempre é utilizada. Tanto na compreensão dos segredos naturais, como para ajudar nos inventos da engenharia, são vertentes que se utilizam desta magnífica ciência.

Á serviço da comunidade em geral, a classe dos matemáticos sempre será uma aliada. Um grande exemplo, é o tratamento de endemias como a dengue. A ação da Secretaria de Saúde, por meio dos seus agentes, é a principal forma de combate à proliferação do mosquito causador levantando dados da endemia, mas não necessariamente a única. No quesito identificação dos principais focos, a matemática aparece como a ferramenta que estudará o fenômeno, identificando os extremos (ou sugerindo a ausência deles) da ação do mosquito e fazendo projeções que irão nortear o combate dos agentes de saúde. A matemática indica os pontos críticos, repassando estes dados à Secretaria de Saúde para que sejam tomadas as providências cabíveis.

Já é um resultado positivo do trabalho a metodologia descrita em [3] para construção aproximada de curvas de nível, apenas isto já permite mostrar que em uma determinada região, encerrada numa curva de nível, existe um extremo do fenômeno estudado, como foi observado na introdução deste trabalho. Ou seja, é possível montar um método que deforme as curvas encontradas a partir de dados coletados, transformando-as em círculos e fazendo as aplicações necessárias. A continuação do trabalho deverá nos levar a um algoritmo para mostrar com precisão onde se encontra este extremo. Desta forma, apesar de ser uma das etapas no que culminará na construção de um algoritmo para determinar extremos, este trabalho se apresenta como uma forte ferramenta dentre tantas outras que ajudam a comunidade, facilitando os caminhos e encurtando as dificuldades da sociedade em que vivemos.

Referências

- [1] Praciano-Pereira, T.
Cálculo Numérico Computacional
http://www.sobralmatematica.org/editora/ananu00_2p.pdf
- [2] RIOS, J, V, V.
Equações diferenciais exatas e determinação de extremos
Monografias da Sobral Matemática - n° 2009.03
<http://www.sobralmatematica.org/monografias/vianey.pdf>
- [3] Praciano-Pereira, T
Curvas de nível homotópicas a um ponto
Préprints da Sobral Matemática - n° 2011.03
<http://www.sobralmatematica.org/preprints/homotopicas.pdf>
- [4] Davis, Tom.
Inversion in a Circle
<http://www.geometer.org/mathcircles> - March 23, 2011
- [5] Um projeto de extensão da Univ. Estadual Vale do Acaraú - sub projeto
Pré-prints da Sobral Matemática e Física
<http://www.sobralmatematica.org/preprints/>
- [6] *Wikipedia, the free encyclopedia in the Internet.*
<http://pt.wikipedia.org/wiki/Difeomorfismo> - August 2, 2011
- [7] *Professor Global, plataforma de educação em massa pela web*
<http://professorglobal.cbpf.br/mediawiki/index.php/Difeomorfismo> - August 2, 2011
- [8] *La web de Física*
<http://forum.lawebdefisica.com/threads/3001-Difeomorfismos> - August 5, 2011