

Lei de Snell e a Aproximação

Praciano-Pereira, T. Frota, D.A.

Sobral Matemática
Universidade Estadual Vale do Acaraú
7 de março de 2009
tarcisio@member.ams.org
pré-prints da Matemática em Sobral
no. 2009.03
Editor Tarcisio Praciano-Pereira,
tarcisio@member.ams.org

Resumo

Este trabalho mostra como se pode, experimentalmente, comprovando a lei de Snell, associar significado à *aproximação*.

Nele usamos idéias que se encontram no site da USP/São Carlos, num texto em que deixamos mais explícito o que significa uma curva sendo aproximada por uma poligonal.

palavras chave: aproximação de uma curva, braquistócrona, poligonal como aproximação de uma curva.

1 Propagação Retilínea da Luz

Os aspectos mais simples da propagação da luz são objetos de estudo da *Ótica Geométrica*, sendo também compatíveis com a *Teoria Corpuscular da Luz*.

Num limite idealizado onde uma abertura tende a zero, como por exemplo um pequeno orifício, é feito passar raios luminosos, dos quais teremos um raio de luz. Este é uma linha reta num meio homogêneo, que na *Teoria Corpuscular*, representa a trajetória de um corpúsculo de luz.

Num meio homogêneo, a luz se propaga em linha reta. Isto é particularmente reconhecível quando a fonte de luz é “puntiforme” [1].

Uma explicação também pode ser dada, pelo princípio de Huygens, de que a direção do raio luminoso, os raios, são trajetórias ortogonais das frentes de onda. Desvios da *propagação retilínea* de uma descrição mais sofisticada do comportamento da luz, ondulatória, são tanto maiores quanto maiores as razões λ/d , com λ , comprimento de onda e d , dimensões envolvidas na propagação das ondas, como por exemplo o tamanho do orifício.

Logo, do ponto de vista ondulatório, temos que a ótica geométrica é uma aproximação válida para comprimentos de onda muito pequenos em confronto com as dimensões envolvidas na análise.

2 Reflexão e Refração

O que acontece, quando a luz passa de um meio homogêneo para outro? A resposta à essa pergunta é encontrada em muitos livros didáticos de física, que vão desde livros textos do Ensino Médio aos livros utilizados nas Universidades.

Na interface entre os dois, há uma descontinuidade das propriedades materiais.

Tomemos uma superfície de separação entre dois meios transparentes 1 e 2, conforme figura abaixo(1), e consideremos ainda um raio de luz no meio 1(raio incidente) sobre um ponto P da interface, que chamamos Σ ,

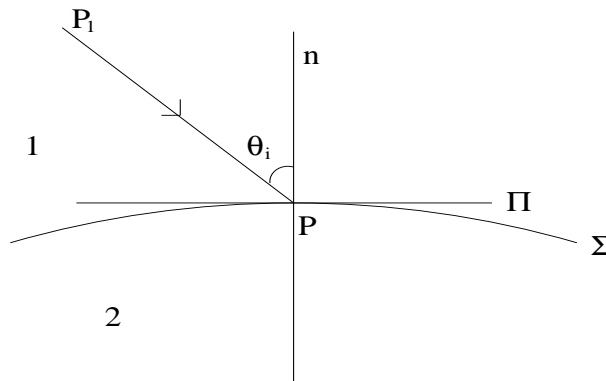


Figura 1: Reconstrução da figura encontrada em [1, página, 12]

A partir da ótica geométrica, com λ muito menor que o raio de curvatura em P, do ponto de vista geométrico dos raios luminosos, tudo se passa como se considerássemos no ponto P o plano tangente Π em lugar da superfície Σ o que nos leva a seguinte figura(2),

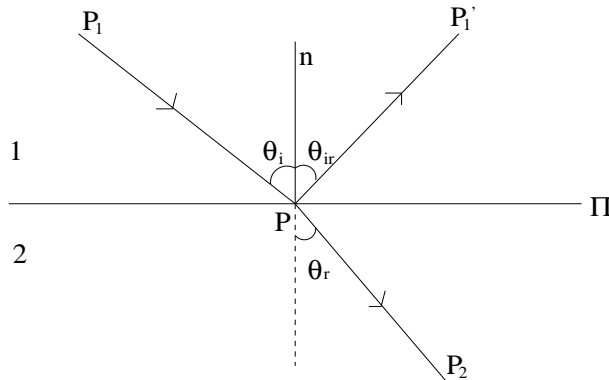


Figura 2:

Chamamos este plano tangente de plano de incidência, o plano que contém o ponto de incidência do raio incidente P_1P e o ângulo incidente θ_i , entre P_1P e a normal n .

A experiência mostra que o raio incidente dá origem geralmente a um raio refletido PP_1' que volta para o meio 1 e forma com a normal o ângulo de reflexão θ_{ir} e a um raio refratado PP_2 transmitido para o meio 2, que forma com a normal um ângulo θ_r , o ângulo de refração.

A *Lei da Reflexão*, diz que o raio refletido pertence ao plano de incidência, e o ângulo de reflexão é igual ao de incidência:

$$\theta_{ir} = \theta_i$$

A *Lei da Refração*(Snell, 1621), é:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \eta_{12}$$

com η_{12} uma constante que chama-se índice de refração do meio 2 relativo ao meio 1.

Devemos notar que se $\eta_{12} > 1$, o meio 2 é mais refrigente que o meio 1 e o raio refratado se aproxima da normal, por outro lado, se $\eta_{12} < 1$, então o meio 2 é menos refrigente que o meio 1 e o raio refratado se distancia da normal.

Convém lembrar que o índice de refração η_{12} varia com cor da luz. Por este fato é que houve a separação das cores na experiência de Newton com prismas, tal efeito é conhecido como dispersão.

3 Lei de Fermat

Pois bem, um novo método foi encontrado para determinar a trajetória dos raios luminosos(Fermat, 1657), baseado em sua idéia de que “a Natureza sempre atua pelo caminho mais curto”. O seu princípio diz: “de todos os caminhos possíveis para ir de um ponto a outro, a luz segue aquele que é percorrido no tempo mínimo”.

O *princípio de Fermat* leva à *lei de Snell*, como pode ser visto em [1, página, 12].

O que nos leva a concluir que o caminho ótico mínimo é aquele que corresponde à *lei da refração*. O caminho “quebrado” minimiza o tempo porque aproveita melhor o caminho no meio 1, onde a velocidade é maior, reduzindo-o no meio 2, onde ela é menor [1]. Podemos pensar, por analogia, em como salvaríamos um indivíduo que está a se afogar no mar, onde a região de areia seria um meio no qual seríamos mais rápidos e o mar um meio que seríamos mais lentos. Para que o salvamento acontecesse da maneira mais rápida, deveríamos proceder como a luz, utilizando melhor o caminho pela areia e tentando reduzir o caminho pelo mar.

4 Experimentando

Para nos convenceremos, fizemos um experimento bem simples que, para reproduzί-lo, você precisará apenas de uma lanterna com um foco bem preciso e um depósito de vidro com um determinado flúido(por exemplo água), conforme a figura(3). Ao colocar o fecho de luz dirigido para água você vai identificar o “ponto”de chegada do fecho de luz perto do fundo do depósito de vidro.



Figura 3:

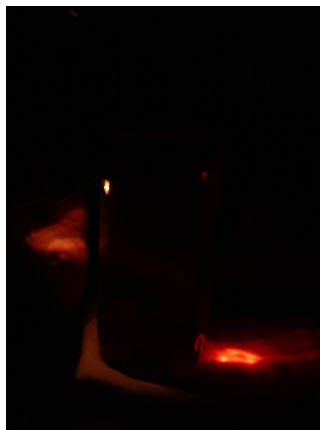


Figura 4:

Mantendo a mesma direção na lanterna, mas deixando agora o fecho de luz por fora do vidro você vai ver a diferença na curva produzida pelo fecho de luz

uma vez que o “ponto” de chegada da luz ficará bem mais distante do fundo do depósito quando o fecho de luz passar por fora da água. Conclusão, ao longo da água a luz faz uma curva que é a *braquistócrona*.

A representação gráfica da figura(5), mostra uma aproximação do que aconteceria com um raio de luz atravessando 7 faixas de um meio, aproximado por segmentos de reta, uma poligonal, esta é uma reconstrução da figura que se encontra em [6, página 26].

Numa aproximação com uma poligonal, na passagem da luz em cada uma das faixas deste meio se teria segmentos de reta formando uma poligonal às quais

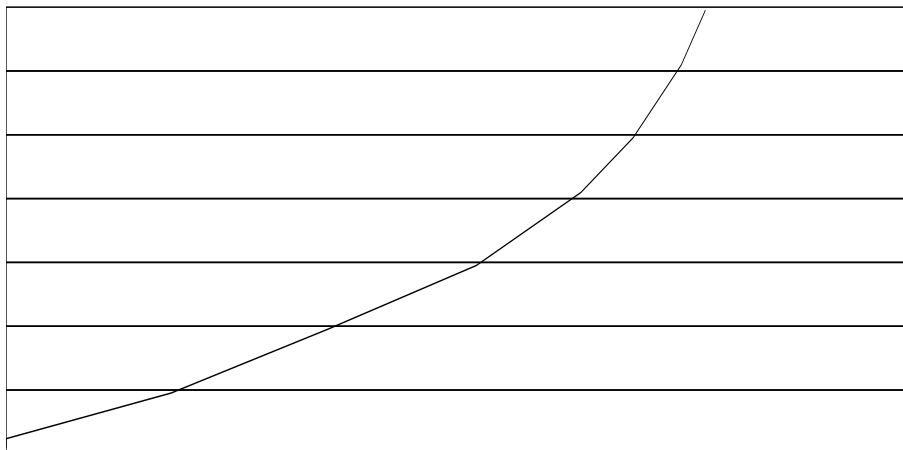


Figura 5: A passagem de um raio de luz por vários segmentos de um meio

a lei de Snell é sucessivamente aplicada a cada interface de ligação, entre duas faixas. Na medida em que estas faixas tenham a sua largura arbitrariamente diminuídas o resultado será a curva de tempo mínimo ao longo da qual o raio de luz atravessa este fluido.

Referências

- 1 Nussenzveig, H. M. *Curso de Física Básica- Vol. 4*
Edgard Blucher, 2004.
- 2 Arfken, G. *Mathematical Methods for Physicists*
Academic Press, INC. 1985
- 3 Praciano-Pereira, T. Cálculo numérico computacional
<http://www.calculo-numerico.sobralmatematica.org/textos>
- 4 Rudin, W. *Functional Analysis*
McGraw-Hill Series in Higher Mathematics -1974
- 5 Educar - São Carlos - USP
lei de Snell
<http://educar.sc.usp.br/optica/>
- 6 Simmons, G.F.
Differential Equations with App. and Hist. Notes.
McGraw-Hill - Book Company - 1978
- 7 Hirsch, e Smale S. *Linear Algebra, differential equations and dynamical systems* - Academic Press
- 8 Boyce, William E e Diprima, R. C. *Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno* Editora: LTC ISBN-13: 9788521614999 8a Edição - 2006 - 450 pág.
- 9 *Wikipedia, the free encyclopedia in the Internet*
<http://en.wikipedia.org>