Os números

Tarcisio Praciano-Pereira *

4 de julho de 2019
preprints da Sobral Matemática
no. 2019.06
Editor Tarcisio Praciano-Pereira
tarcisio@sobralmatematica.org

Resumo

Eu vou apresentar os números naturais sendo este artigo uma expansão do vídeo que fiz sobre números de uma série em que vou apresentar os números inteiro, os racionais, os reais e os complexos. Este artigo faz parte da série Reengenharia do Cálculo que representa o planejamento do meu livro de Cálculo.

palavras chave: Matemática é a ciências dos números, números, números naturais.

I will present the Natural Numbers and this paper is an expansion of video in which I am presenting the numbers in a sequence of talks to cover the Integer Numbers, Rational Numbers, Real Numbers and Complex Numbers. This a part of my project *engineering of Calculus* as preparation to my new book on Calculus.

keywords: Mathematics is the science of numbers natural numbers, numbers.

*tarcisio@sobralmatematica.org

1 Matemática é a ciência dos números?

Os números são os objetos básicos da Matemática que popularmente é chamada de "*ciências dos números*" embora hoje ela seja muito mais do que isto, confira *álgebra, análise, geometria, estatística e lógica* que são as divisões clássicas da Matemática embora seja difícil classificar todos os tópicos da Matemática apenas entre estas divisões. Confira *divisões da Matemática* da *American Mathematical Society.*

Os números, em particular os *números naturais* cujo conjunto é designado pelo símbolo **N**,

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\} \tag{1}$$

são a base de tudo em Matemática e em computação. Uma imagem, uma fotografia digital, é feita duma codificação construída com números. É uma codificação que um programa adequado pode ler e reproduzir a imagem.

Na figura (fig 1), página 1, você pode ver o código fonte duma imagem em que aparecem

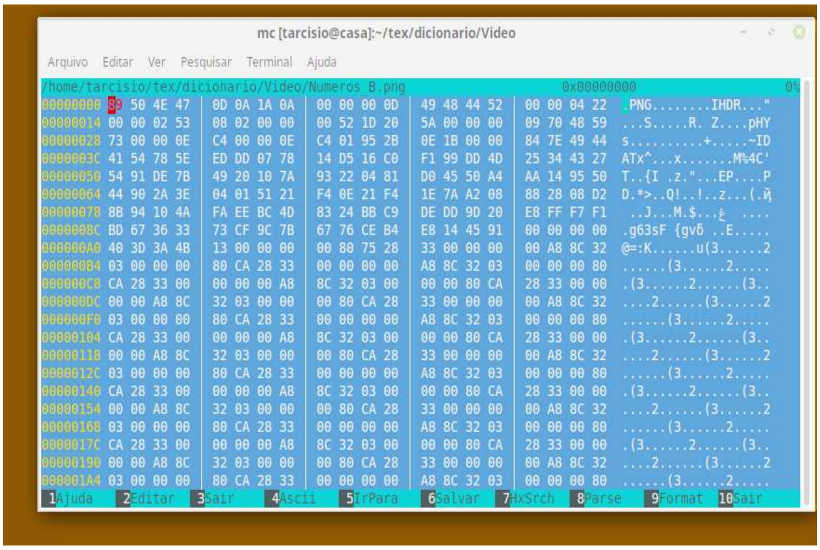

Figura 1: Código fonte duma imagem

números na *base hexadecimal* que é a codificação numérica usada hoje nos computadores em lugar da antiga *codificação binária.*

Mas os *números naturais* apareceram para contar e a história de como eles apareceram não somente é intrigante como é muito dificil inserí-los na teoria da Matemática. Uma frase atribuída a *Leopold Kronecker*: "*deus nos deu os números naturais, e o resto nós construímos*" diz tudo a respeito dos números naturais e até mesmo da dificuldade de fazer para eles uma construção lógica. Como disse Kronecker, é mais fácil assumir que sabemos tudo sobre **N** e daí partir para construir o resto.

Os livros didáticos estão cheios de anedotas explicando como apareceram os números.

- Os pastores tinham um monte de pedrinhas ao lado do portão do cercado onde as ovelhas passavam a noite e iam separando pedrinhas à medida que cada ovelha entrava no cercado. Se sobrasse uma pedra lá iam eles em busca da ovelha que estivesse faltando, ou quando nascia um novo animal, nova pedra era colocada no monte. Este é um exemplo simples de *abstração* em que substituímos um conjunto por outro estabelecendo uma função bijetiva entre eles para que o conjunto mais simples ou mais fácil de de ser manipulado *represente* o outro.

- Com o passar do tempo surgiram *nomes, um, dois, três, quatro, cinco, seis, ...* para substituir as pedras e então bastaria escrever na areia o último nome para saber se todas as ovelhas tinham sido conduzidas para o cercado. Mas, observe, estes nomes são arbitrários. Porque *três* é o sucessor de *dois*? Porque não nos sentamos em *mesas* para comer com o prato numa *cadeira*?

A resposta as perguntas feitas acima podem vir duma comparação entre algumas linguas. É interessante fazer uma comparação entre as várias línguas que a Humanidade fala. Os primeiros 20 números tem algumas semelhanças entre todas elas e são a parte mais difícil da contagem porque inteiramente destituídos de qualquer lógica a não ser o processo cultural que os produziu onde talvez se possa ir buscar justificação dos nomes que eles têm:

1. <u>português</u> um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez.
2. <u>espanhol</u> uno, dos, três, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez.
3. <u>inglês</u> one, two, three, four, five, six, seven, eight, nine, ten.
4. <u>francês</u> un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix.
5. <u>sueco</u> en, tvaa, tre, fyra, fem, sex, sju, octa, nio, tio.
6. <u>russo</u> odin, dva, tre, tchitere, piati, sex, cem, vocem, deviati, deciati.

Claro, os russos ainda usam um alfabeto diferente do nosso, o cirílico.

São nomes, aparentemente, tomados ao acaso mas que tem algumas semelhanças mesmo entre as línguas como o 6 que é praticamente o mesmo nas seis línguas listadas acima. O 1 é semelhante em quase todas elas assim como o 2, 3. Depois seguem-se $11, 12, \ldots, 20$ que novamente tem aparência de ter sido inventados como modificações dos dez primeiros. Certamente há justificativas históricas para que a Humanidade os tenham inventado com os nomes que eles tem.

Posso deixar para os historiadores, e talvez o que vou dizer já seja bem conhecido e discutido, o formato dos vinte primeiros números sugere que durante muito tempo, a Humanidade não precisou de contar além de 20, ou ainda que 20 deve ter sido durante muito tempo um número muito grande para as necessidades da Humanidade. E somente quando esta necessidade se tornou significativa para ir além de 20 é que as distintas culturas da Humanidade corrigiram a lógica usada para os números $1, 2, \ldots, 19$ para adotar uma lógica regular para os números que vão de 20 em diante, que é que posso ver nas seis línguas que usei para comparar.

A partir de 21, se segue em *todas as línguas acima* uma regra lógica bem estruturada. Se você aprender a contar até 20 em qualquer uma destas línguas, a continuação a partir de 21 é um processo lógico que é fácil de dominar. Uma pequena exceção é o francês

- que chama 70 de *soixante dix* que significa *sessenta dez*,
- depois chama 80 de *quatre vingt* que significa *quatro vinte*
- e finalmente chama 90 de *quatre vingt dix* que significa *quatro vinte dez.*

E tem lógica, apenas muito complicada!

Seria interessante acrescentar aqui, se alguém me ajudar eu anexo, os 10 primeiros números naturais em *tupi guarani*, *árabe*, *chinês*, *japonês* para reforçar possivelmente a teoria que estabeleci acima de que estes 10 primeiros números representam o esforço máximo para aprender a contar e partir de 21 ficam todos os números dentro duma lógica simples. Por exemplo, a linguagem mais complicada das que listei acima, *russo*,

- 21 é *odin na dvadeciati*
- 22 é *dva na dvadeciati*
- 23 é *tre na dvadeciati*
- 24 é *tchitere na dvadeciati*

portanto como nas outras línguas a repetição dos primeiros nove números com um nome que foi *inventado* para a segunda dezena, em russo *dvadeciati* que bem mais lógico que o nosso *vinte*.

Deixando de lado o francês em que 75 é *soixante dix cinq*, e segue a lógica complicada do francês, todas as línguas tem uma lógica clara para a numeração a partir de 21.

E o processo continua para a terceira dezena, quarta dezena, ... até 99.

Depois vem 100 em que se dá um novo salto com nomes diferentes nelas todas, mas semelhantes entre algumas.

1. <u>português</u> cem 100, 110 cento e dez
2. <u>espanhol</u> cien 100, 110 ciente y diez
3. <u>inglês</u> hundred, 100, 110 hundred ten
4. <u>francês</u> cent 100, 110 cent dix
5. <u>sueco</u> hundra 100, 110 hundra tio
6. <u>russo</u> sto, 100, 110 sto deciati

Depois 1000 é outro salto cultural,

1. <u>português</u> mil 1000, 1010 mil e dez
2. <u>espanhol</u> mil 1000, 1010 mil y diez
3. <u>inglês</u> thousand 1000, 1010 thousand ten
4. <u>francês</u> mil 1000, 1010 mil dix
5. <u>sueco</u> tusen 1000, 1010 tusen tio
6. <u>russo</u> ticiatchia 1000, 1010 ticiatchia deciati

Mas a partir de 1.000.000 *absolutamente todas as línguas usam exatamente a mesma palavra com pequenas variações próprias de suas respectivas culturas*. Mas não sei se isto é verdade em *tupi guarani*, *árabe*, *chinês*, *japonês* porque nada sei destas línguas. E "*chinês*", "*japonês*" é uma forma simplificada de se referir às centenas de "*dialetos*" que o povo da China, do Japão e dos demais países asiáticos fala.

2 Os elementos do conjun to N

Mas insistindo, e acompanhando Kronecker, se aprendermos, ou aceitarmos os números naturais, o resto a gente constrói "*facilmente*", e dou razão a Kronecker e para mim o ponto de partida, sem discussão é **N**.

Vou incluir em **N** também o zero. Aqui há uma divergência entre os matemáticos, uns dizem que $0 \notin \mathbf{N}$, e com certa razão, na ausência cabritos os pastores não devem ter se preocupado em fazer qualquer registro, portanto o zero não seria natural. Para mim o zero é um número natural e portanto eu digo que $0 \in \mathbf{N}$, e tenho uma forte razão, sem o zero o conjunto **N** ficaria mais deficiente do que já é, com o zero, melhora um pouco. E depois, que definiu **N** com maior exatidão foi o matemático italiano, *Peano* que estabeleceu uma lista de 9 axiomas para estabelecer quais eram as regras do comportamento dos números naturais, e um dos *axiomas* estabelece que "**N** tem um primeiro elemento". Eu prefiro começar do zero...

O zero é uma forte abstração, da mesma forma como o conjunto vazio. São dois conceitos matemáticos que é difícil de se produzirem com objetos da *Natureza*, mas a Matemática não pode viver sem eles, e nem a *Natureza*! São abstrações importantes.

Os números, em Matemática, se classificam entre as seguintes conjuntos:

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R} \subset \mathbf{C} \tag{2}$$

chamados, respectivamente,

1. *naturais*
2. *inteiros*,
3. *racionais*,
4. *reais*,
5. *complexos*.

Os números naturais são um objeto mais próprios da *lógica matemática*, os inteiros são mais próprios da *álgebra*. Os números racionais, reais e complexos são estudados mais intensamente no *Cálculo Diferencial e Integral* e na *análise matemática*.

Os números complexos criaram um ramo da análise matemática que é chamada de análise complexa e que está à base da *teoria das funções* e da *teoria das funções holomorfas* ou *teoria das funções analíticas*.

Confira também

- número algébrico, confira algébrico, número
- número complexo, confira complexo, número **C**
- número natural, confira natural, número **N**;
- número racional, confira racional, número **Q**;
- número real, confira real, número **R**;
- número transcendente, confira transcendente, número **R**

Vou escreve em próximo artigo sobre os números inteiros, o conjunto $\mathbf{Z}$ e sucessivamene sobre os demais conjuntos dentro do meu projeto do livro de Cálculo. Você pode ver um pequeno vídeo sobre os números naturais que se encontra publicado numa página da Sobral Matemática, procure o link

`www.sobralmatematica.org/aveiro/Numeros.mov`

Lá você pode encontrar outros formatos, escolha algum que lhe seja possível ver em seu dispositivo.

Índice Remissivo

Referências

[1] Tom M. Apostol. *Calculus vol II.* Blaisdell Publishing Company, 1962.

[2] David I. Bell Landon Curt Noll and other. Calc - arbitrary precision calculator. Technical report, http://www.isthe.com/chongo/, 2011.

[3] Harold J. Larson. *Introduction to Probability Theory and Statistical Inference.* John Wiley & Sons, Inc - Wiley International Edition, 1969.

[4] Tarcisio Praciano-Pereira. *Cálculo Numérico Computacional.* Sobral Matematica, 2007.

[5] Thomas Williams, Colin Kelley, and many others. gnuplot, software to make graphics. Technical report, http://www.gnuplot.info, 2010.